

**LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER  
NIEDERSÄCHSISCHES STUDIENKOLLEG**

**Prüfung zur Feststellung der Studieneignung  
Aufgaben für die schriftliche Prüfung**

---

Fach: Mathematik (W-Kurs)

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik, ohne CAS)

---

**Aufgabe 1**

Eine Urne enthält fünf rote, drei schwarze und zwei weiße Kugeln.

Dieser Urne werden zufällig mit einem Griff drei Kugeln entnommen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- a) Die drei entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.
- b) Die drei entnommenen Kugeln haben verschiedene Farben.
- c) Mindestens zwei der entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.

Die Zufallsvariable  $X$  sei die Anzahl der schwarzen Kugeln unter den entnommenen Kugeln.

- d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung, den Erwartungswert und die Standardabweichung von  $X$ .

## Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktionenschar  $f(x) = \frac{ax}{b + cx^2}$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und  $a \neq 0$ .

a) Bestimmen Sie die Funktion, die im Ursprung einen Wendepunkt mit der Wendetangente  $y_T = x$  hat und an der Stelle  $x = \sqrt{2}$  eine Polstelle besitzt.

b) Gegeben ist nun die Funktion  $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$ .

Untersuchen Sie die Funktion (Definitionsbereich, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Asymptoten, Krümmungsverhalten, Globalverlauf) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

c) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $g(x)$  mit der x-Achse und den Geraden  $x = 2$  und  $x = 5$  einschließt.

## Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion  $f_t(x) = (x - t) \cdot e^{2 - \frac{x}{t}}$  mit  $t > 0$ .

a) Diskutieren Sie die Funktion allgemein (Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Krümmungsverhalten, Globalverlauf).

b) Zeichnen Sie den Graphen  $G_2(x)$  von  $f_2(x)$  mit Hilfe der Ergebnisse aus Teil a).

c) Was kann man über die Tangenten im Punkt  $P(t | 0)$  aller Graphen  $G_t(x)$  von  $f_t(x)$  aussagen?

d) Berechnen Sie die Wendetangente. Begründen Sie, für welchen Wert von  $t$  diese

Wendetangente durch den Punkt  $P\left(0 \mid \frac{5}{e}\right)$  geht.