

**LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
NIEDERSÄCHSISCHES STUDIENKOLLEG**

**Prüfung zur Feststellung der Studieneignung
Aufgaben für die schriftliche Prüfung**

Fach: Mathematik (W-Kurs)

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik, ohne CAS)

Aufgabe 1

Eine Urne enthält fünf rote, drei schwarze und zwei weiße Kugeln.

Dieser Urne werden zufällig mit einem Griff drei Kugeln entnommen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- a) Die drei entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.
- b) Die drei entnommenen Kugeln haben verschiedene Farben.
- c) Mindestens zwei der entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.

Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der schwarzen Kugeln unter den entnommenen Kugeln.

- d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung, den Erwartungswert und die Standardabweichung von X .

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktionenschar $f(x) = \frac{ax}{b + cx^2}$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

a) Bestimmen Sie die Funktion, die im Ursprung einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y_T = x$ hat und an der Stelle $x = \sqrt{2}$ eine Polstelle besitzt.

b) Gegeben ist nun die Funktion $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$.

Untersuchen Sie die Funktion (Definitionsbereich, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Asymptoten, Krümmungsverhalten, Globalverlauf) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

c) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von $g(x)$ mit der x-Achse und den Geraden $x = 2$ und $x = 5$ einschließt.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f_t(x) = (x - t) \cdot e^{2 - \frac{x}{t}}$ mit $t > 0$.

a) Diskutieren Sie die Funktion allgemein (Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Krümmungsverhalten, Globalverlauf).

b) Zeichnen Sie den Graphen $G_2(x)$ von $f_2(x)$ mit Hilfe der Ergebnisse aus Teil a).

c) Was kann man über die Tangenten im Punkt $P(t | 0)$ aller Graphen $G_t(x)$ von $f_t(x)$ aussagen?

d) Berechnen Sie die Wendetangente. Begründen Sie, für welchen Wert von t diese

Wendetangente durch den Punkt $P\left(0 \mid \frac{5}{e}\right)$ geht.