

**LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER  
NIEDERSÄCHSISCHES STUDIENKOLLEG**

**Prüfung zur Feststellung der Studieneignung  
Aufgaben für die schriftliche Prüfung**

---

Fach: Mathematik (T-Kurs)  
Bearbeitungszeit: 180 Minuten  
Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik, ohne CAS)

---

**Aufgabe 1**

Gegeben sind die Punkte  $A(1|0|4)$ ,  $B(2|-1|3)$ ,  $C(6|1|-2)$  und die Ebene  $F: 2x - 4y + 4z = -18$ .

a) Die Ebene  $E$  enthält die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$ .

Ermitteln Sie eine Parametergleichung und eine Koordinatengleichung für  $E$ .

b) Die Gerade  $h$  enthält die Punkte  $A$  und  $C$ .

Bestimmen Sie eine Gleichung für die Gerade  $h$ .

c) Erläutern Sie, wie die Gerade  $h$  und die Ebene  $F$  zueinander liegen können und woran man die Lagebeziehung erkennen kann.

Berechnen Sie dann entweder den Abstand von  $h$  und  $F$  oder die Koordinaten des Schnittpunktes und die Größe des Schnittwinkels.

d) Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $A$  zur Ebene  $F$ .

Welcher Punkt  $A^*$  auf der Lotgeraden hat von  $F$  denselben Abstand wie  $A$ ?

e) Der Punkt  $Q$  liegt auf der Geraden  $h$ .

Berechnen Sie die Koordinaten von  $Q$  so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks  $ABQ$   $\sqrt{86}$  Flächeneinheiten beträgt.

f) Erklären Sie, wie man das Volumen eines Tetraeders mit den Eckpunkten  $PRST$  berechnet.

## Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktionenschar  $f(x) = \frac{ax}{b + cx^2}$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und  $a \neq 0$ .

a) Bestimmen Sie die Funktion, die im Ursprung einen Wendepunkt mit der Wendetangente  $y_T = x$  hat und an der Stelle  $x = \sqrt{2}$  eine Polstelle besitzt.

b) Gegeben ist nun die Funktion  $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$ .

Untersuchen Sie die Funktion (Definitionsbereich, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Asymptoten, Krümmungsverhalten, Globalverlauf) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

c) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $g(x)$  mit der x-Achse und den Geraden  $x = 2$  und  $x = 5$  einschließt.

## Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion  $f_t(x) = (x - t) \cdot e^{2 - \frac{x}{t}}$  mit  $t > 0$ .

a) Diskutieren Sie die Funktion allgemein (Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Krümmungsverhalten, Globalverlauf).

b) Zeichnen Sie den Graphen  $G_2(x)$  von  $f_2(x)$  mit Hilfe der Ergebnisse aus Teil a).

c) Was kann man über die Tangenten im Punkt  $P(t | 0)$  aller Graphen  $G_t(x)$  von  $f_t(x)$  aussagen?

d) Berechnen Sie die Wendetangente. Begründen Sie, für welchen Wert von  $t$  diese

Wendetangente durch den Punkt  $P\left(0 \mid \frac{5}{e}\right)$  geht.