

**LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER  
NIEDERSÄCHSISCHES STUDIENKOLLEG**

**Prüfung zur Feststellung der Studieneignung  
Aufgaben für die schriftliche Prüfung**

---

Fach: Mathematik (M-Kurs)  
Bearbeitungszeit: 180 Minuten  
Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik, ohne CAS)

---

**Aufgabe 1**

a) Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades schneidet die  $x$ -Achse an der Stelle  $x=-5$  und hat an der Stelle  $x=-1$  einen Wendepunkt.

Die Wendetangente hat die Gleichung  $y=-12x+4$ .

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

b) Gegeben ist jetzt die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x)=\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{8}x^2-\frac{9}{8}x+\frac{5}{8}$ .

Untersuchen Sie diese Funktion (Definitionsbereich, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrempunkte, Wendepunkte, Krümmungsverhalten) und skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .

c) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche  $A$ , die der Graph der Funktion  $f$  aus Aufgabenteil b) mit der  $x$ -Achse einschließt.

**Aufgabe 2**

Gegeben sind die Funktionen  $f$  mit  $f(x)=(x^2+2x)\cdot e^{-x}$  und  $g(x)=3e^{-x}$ .

a) Diskutieren Sie die Funktion  $f$  (Definitionsbereich, Verhalten für  $x\rightarrow\pm\infty$ , Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrempunkte, Wendepunkte, Krümmungsverhalten).

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Graphen von  $f$  und  $g$  und skizzieren Sie die Graphen von  $f$  und  $g$  in ein gemeinsames Koordinatensystem.

c) Die Graphen von  $f$  und  $g$  begrenzen auf der Geraden  $x=k$  ( $k>1$ ) eine Strecke. Berechnen Sie  $k$  so, dass die Länge der Strecke maximal wird.

### Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a(x) = \frac{x^2 + (a-1)x - a}{x+1}$  mit  $a \in \mathbb{R}$ .

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von allen Funktionen der Schar und berechnen Sie die Achsenschnittpunkte der Graphen der Schar.
- b) Untersuchen Sie, für welche Werte von  $a$  die Graphen von  $f_a$  Definitionslücken oder Polstellen besitzen.
- c) Zeigen Sie, dass die Asymptoten aller Graphen der Schar parallel sind.
- d) Stellen Sie fest, für welche Werte von  $a$  die Graphen von  $f_a$  Extrempunkte besitzen, und zeigen Sie, dass kein Graph der Schar einen Wendepunkt hat.
- e) Untersuchen Sie  $f_{-1}$  vollständig. Zur Erleichterung können Sie dabei die Ergebnisse aus den Aufgabenteilen a) bis d) benutzen.  
Skizzieren Sie den Graphen von  $f_{-1}$ .