

**LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER
NIEDERSÄCHSISCHES STUDIENKOLLEG**

**Prüfung zur Feststellung der Studieneignung
Aufgaben für die schriftliche Prüfung**

Fach: Mathematik (M-Kurs)
Bearbeitungszeit: 180 Minuten
Hilfsmittel: Taschenrechner (ohne Grafik, ohne CAS)

Aufgabe 1

a) Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades schneidet die x -Achse an der Stelle $x=-5$ und hat an der Stelle $x=-1$ einen Wendepunkt.

Die Wendetangente hat die Gleichung $y=-12x+4$.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

b) Gegeben ist jetzt die Funktion f mit der Gleichung $f(x)=\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{8}x^2-\frac{9}{8}x+\frac{5}{8}$.

Untersuchen Sie diese Funktion (Definitionsbereich, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrempunkte, Wendepunkte, Krümmungsverhalten) und skizzieren Sie den Graphen von f .

c) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche A , die der Graph der Funktion f aus Aufgabenteil b) mit der x -Achse einschließt.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Funktionen f mit $f(x)=(x^2+2x)\cdot e^{-x}$ und $g(x)=3e^{-x}$.

a) Diskutieren Sie die Funktion f (Definitionsbereich, Verhalten für $x\rightarrow\pm\infty$, Symmetrie, Achsenschnittpunkte, Extrempunkte, Wendepunkte, Krümmungsverhalten).

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Graphen von f und g und skizzieren Sie die Graphen von f und g in ein gemeinsames Koordinatensystem.

c) Die Graphen von f und g begrenzen auf der Geraden $x=k$ ($k>1$) eine Strecke. Berechnen Sie k so, dass die Länge der Strecke maximal wird.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = \frac{x^2 + (a-1)x - a}{x+1}$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von allen Funktionen der Schar und berechnen Sie die Achsenschnittpunkte der Graphen der Schar.
- b) Untersuchen Sie, für welche Werte von a die Graphen von f_a Definitionslücken oder Polstellen besitzen.
- c) Zeigen Sie, dass die Asymptoten aller Graphen der Schar parallel sind.
- d) Stellen Sie fest, für welche Werte von a die Graphen von f_a Extrempunkte besitzen, und zeigen Sie, dass kein Graph der Schar einen Wendepunkt hat.
- e) Untersuchen Sie f_{-1} vollständig. Zur Erleichterung können Sie dabei die Ergebnisse aus den Aufgabenteilen a) bis d) benutzen.
Skizzieren Sie den Graphen von f_{-1} .